



TITLE:

情報の物理(物性基礎論,第40回 物性若手夏の学校(1995年度),講義ノート)

AUTHOR(S):

井桁, 和浩

---

CITATION:

井桁, 和浩. 情報の物理(物性基礎論,第40回 物性若手夏の学校(1995年度),講義ノート). 物性研究 1995, 65(2): 287-297

ISSUE DATE:

1995-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/95617>

RIGHT:

## 情報の物理

井桁和浩

NTT 基礎研究所

〒 243-01 厚木市森の里若宮 3-1

E-mail: igeta@will.ntt.jp

## 1 計算とはなにか？

情報を物理するとはなんぞや？情報は、物理とは全く別の範疇ものじゃあないか！ごもっとも、エントロピー的な意味（つまり通信／情報伝送）で情報を考えている範囲では。しかし計算を考えるとこの2つが本質的に不可分であることがわかります。情報と物理を結ぶ Key word が計算なのです。

multimedia はやりの昨今、計算／情報処理は、通信と同じくらいありふれた言葉になっています。しかし、驚くべきことにより計算機を設計する処方せんは、まだ知られていません。情報理論と呼ばれるものは、通信に限って言えば、素晴らしい成果をあげましたが、計算論的情報理論 [2] は、通信の場合のように、実用に供されるようにはなっていません。どうもおなじようには構成できないようです。

実は計算というのは、通信に並列する概念ではなく、もっと、高次の処理です。考えても見て下さい。計算機に計算量 0 の計算をさせれば、それは通信路になるわけですが、通信路はどう逆立ちしても計算はできないでしょう。計算というのは、通信を包括して、有限の計算量まで含めて拡張したものといえます。とはいってもみたものの、計算量が一般的に定義できません。（普通は、Turing Machine の step で考えていますが、これによる勘定に普遍の意味はありません。他の計算機をもってくればまた違う計算ステップになります。計算量が大ききの exponential で発散するとおもわれる素因数分解の問題も Quantum Mechanical computer ができれば、polynomial 時間で解けるという研究さえあります。[1])

これが計算論的情報理論のアキレス腱です。通信理論が定量的な議論ができて役にたつのも、情報量が Shannon Entropy という形で与えられるからです。（変形もいろいろあるが同じようなもの）いえ、もう少し詳しくいうと、Shannon Entropy と物理系の (von Neumann) Entropy の対応が見事にできるからです。情報系と物理系の切りわけがあまりにも単純で、2 元論的な対応関係になっているために見落とされがちですが、物理系を考えて Implement するところまでが通信理論なのです。計算量についても物理系との対応まで考えていくと、なにか手がかりがあるかもしれません。次章で少し詳しく考えてみましょう。

## 2 計算論的情報理論

計算量は、エントロピー的な情報量で表現できないことは、1 + 2 を計算してみるだけであきらかです。計算を実行すると情報量は減ってしまいます。それなのに結果のほうが有用なために我々は計算をします。そういう意味では、計算は情報の量ではなく価値を高めるものであると考えられます。しかし、価値はどのように与えられるのでしょうか？

まず Kolmogorov 氏による計算論的情報量 (Kolmogorov Complexity, Chaitin によれば Algorithmic Complexity) を、考えてみましょう。任意の数値  $x$  の計算論的情報量は、ある計算機  $M_i$  を用いてそれを生成するためのプログラムの長さ  $|p|$  の最小値で与えられます。（図 1）これは、情報圧縮の極限を意味しますので、直観的にも納得できるでしょう。

$$K_{M_i}(x) = \min\{|p|\}. \quad (1)$$

$$p \rightarrow \boxed{M_i} \rightarrow x$$

図 1: Programers Definition of Kolmogorov complexity.

$$\begin{matrix} i \\ p \end{matrix} \boxed{M} \rightarrow x$$

図 2: Definition of Universal Kolmogorov complexity.

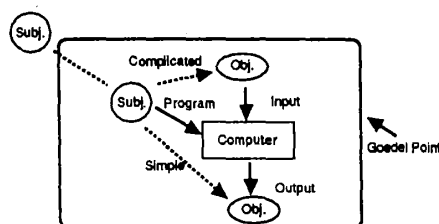


図 3: Physical model of computation.

しかし、これでは特定の計算機  $M_i$  によってしまうので、一般化を試みましょう。どんな計算機をも模倣できる万能計算機を考えて、図 2 のようにすればよいでしょうか。この一般化された Kolmogorov Complexity は、emulation のためのコードの長さ  $|i|$  をつかって、

$$K(x) = \min\{|p|\} + |i|. \quad (2)$$

とかけます。これで一見落着くでしょうか？とんでもありません。万能計算機  $M$  の正体が不明です。実は、Turing Machine 自体が万能計算機であり、ほとんど計算機というものは、同様に万能なのです。つまり、 $M$  は、ユニークに決まらず  $K(x)$  はなんら一般化されていません。 $|i|$  の値が無視できるような領域に限っていえば、どんな計算機を用いても同一の Kolmogorov Complexity が与えられることはいえます。しかし、 $i$  は、計算機の emulation code ですから、考え得る計算機の数以上はあるはずですから、有限な complexity では不可能です。これでは定量的な議論につかえないことになります。これをなんとか役にたつようなものとして完成させたいというのが、筆者の目標のひとつです。問題は、これだけではありません。いま計算機は入出力のマップとしてしか使われておらず、たとえば計算時間というものは考慮されていません。同じだけ圧縮できても、そのために時間がかかるとすれば、それはより複雑であると考えべきでしょう。そのような拡張も試みられています。[3] このように拡張された Resource Dependent Kolmogorov Complexity は、仮想計算機が使うメモリや、速度などの量によって与えられることになります。が、あくまで計算機は仮想的なものであって、現実の物理系と対応する必然性はありません。しかし、Kolmogorov Complexity が特定の仮想計算機によって形でしか定量化できない以上、Complexity を考える個々の状況の全てを仮想計算機によって表現させてしまうのがもっとも自然でしょう。仮想計算機は、対象を観察する視点（事前知識）と物理的能力を表現するものと、筆者は考えたいのです。Complexity の定義に特定の仮想計算機が必要だという点も、見るものの能力と知識によって対象の見え方は異なる、ということ表現していると考えてしまえば欠点ではなくなります。このように考えると仮想計算機は、物理的な状況をも表現しているはずで、従って、仮想計算機も物理的法則も含めた物理的制約のもとで構成しなければならないことになります。つまり有限で定量的な Kolmogorov Complexity は、物理的制約を採り入れることによって、与えることができると結論できます。

さて、このような complexity から、情報の価値、計算量はどのように与えられるでしょう。計算のモデルとして、図 3 のようなものを考えましょう。観測系 (Subj.) によって、対象系 (Obj.) の複雑さは規定されます。観測系の視点と能力を仮想計算機として表現すれば、複雑さは Kolmogorov Complexity として定量的に与えられます。（仮想ではない）Computer による処理の後、対象系の複雑さは変化します。複雑さが減れば観測系からみて、わかりやすくなるわけです。（少ない resource で記述できる。）観測系からみた、Kolmogorov Complexity の減少分を情報価値の増分、そして、（仮想ではない）Computer が行なった計算量とすることは妥当でしょう。これは、対象から得られる情報量がそのエントロピーの平衡状態からの減分 (negentropy) である [14] ことにも似ています。このモデルで心配な点は、観測系は、計算を実行する者になってしまう点です。これは、人間の主観が中に入ってしまったことになり、客観的記述を前提とする自然科学の範疇からはみ出すのではないかとこれは注意すべき点ではありますが、致命的ではありませんというのが筆者の考えです。なぜならば、そのような主観情報を全てを入れる必要はなく、その計算に必要な部分だけを考える系の中にいれればよいだけだからです。主観的な部分から派生した情報もそれを記述できればよいのです。図 3 中 Gödel point の外にある Subj. は、メタな立場か



図 4: AND/OR gate.

$I_1$	$I_2$	$O(\text{AND/OR})$
0	0	0
1	0	0/1
0	1	0/1
1	1	1

表 1: I/O of AND/OR gate.

客観的に記述した Subj. を見ることを表しています。このような、主観情報系の切りわけは、計算行為において常につきまとう問題であり、また、量子観測における波束の収縮の問題においても von Neumann が議論しています。[4]

### 3 計算の物理的限界

計算量については、前章で概念的に述べましたが、具体的な形は case by case となります。ですから、計算の物理的限界を考えてみようととしても、計算コスト/単位計算量が一般的かつ定量的に与えられません。そこで、計算量としては、AND や OR の Logic の実行という単純な場合に限って、物理的な計算コストを考えてみましょう。AND、OR (図 4) の動作は図 1 の入出力表であたえられます。これらの素子の不可逆であり、従って熱力学的限界があるとされました。入力が 2 状態×2、出力が 2 状態×1 なので、

$$k_B T (2 \ln 2 - \ln 2) = k_B T \ln 2,$$

だけの熱発生、が必ず付随するというわけです。[7] 実は、入力信号の分布を入れてエントロピー変化を計算すると、

$$(P_1 + P_2 - P_1 P_2) \ln(P_1 + P_2 - P_1 P_2) - P_1 \ln P_1 - P_2 \ln P_2 - P_1(1 - P_2) \ln(1 - P_2) - P_2(1 - P_1) \ln(1 - P_1).$$

( $P_1$ 、 $P_2$  は各入力ポートに 1 が入力される確率) となるので偏りのない場合 ( $P_1 = P_2 = 1/2$ ) での、エネルギー消費は  $3/4 k_B T \ln 3$  となります。[5] 情報の処理の(エネルギーの)限界が物理によって決定されるというのは、非常に驚くべきことにおもわれます。Landauer の後、本当に計算に、有限な最低消費エネルギーがあるのだろうか? というさまざまな研究がなされました。そのなかでも、Fredkin gate [8] は、もっとも重要な結果でしょう。図 5 に示すように、Fredkin gate は非常に単純で、control 信号の有無により 2 つの信号を交換するだけの機能でできています。(図 2) しかし、この gate は、AND, OR, NOT, COPY という論理の完全な基本セットを実行することができますたとえば、 $A_I$  を 0 とし、 $B_I$  と Control を入力とした場合、 $A_O$  に AND の出力が得られます。これをもちいれば、エネルギー消費なしに、計算が実行できそうです。実は計算には、エネルギーがいらないのでしょうか? いえ、そういい切ることもしできないようです。なぜならば、Fredkin gate には問題点が 2 つあるからです。一つは、可逆にたもつために、不要な情報を出力していることです。実行のたびにこれを保持

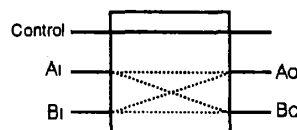


図 5: Fredkin gate.

$A_I$	$B_I$	control	$A_O$	$B_O$
1	1	1/0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	1	1	0
0	1	0	0	1
0	0	1/0	0	0

表 2: I/O relationships of Fredkin gate.



図 6: Dissipationless switching.

していくためには、大変なメモリが必要になります。しかし、これを保持しなければ、可逆性は失われて、通常の AND や OR と同じになってしまいます。もうひとつは、安定性の問題です。全くエネルギーの消費がないので、動作が不安定になってしまうのです。

この2つの問題について、また、Landauer の熱力学的な類推との関連を次章で考えてみましょう。

#### 4 情報の消去とスイッチング

AND、OR や、Fredkin gate をもっと単純にして考えましょう。1 ビットの情報媒体を考えれば、動作として考えられるのは次の2つです。

**flip** 終状態は現在の状態と別の状態にスイッチングするもの、invert。[Fig. 6]

**erasure** 現在の状態によらず、終状態は特定の状態にスイッチする、garbage clear、restore-to-“1”。[Fig. 7]

**flip** の入出力は、 $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$  という反転動作であり、情報の損失はありません。。**erasure** は、 $0, 1 \rightarrow 1$  (もしくは、 $0, 1 \rightarrow 0$ ) であり、スイッチング前の状態の情報を失っています。これは、初期復帰 (restore-to-one [7])、また、より一般的には garbage clear と呼ばれるます。この2種類のスイッチングによって、計算機は構成されていると考えられます。可逆論理は、情報の消去を許さないで、flip 動作のみによって構成されます。Fredkin gate の本質が、exchange 機能であることから示唆されます。また control された flip gate を考えると、Feynman の可逆論理ゲート Controlled-NOT、さらに control ゲートを付け加えた Controlled-Controlled-NOT [13][図. 10] は、Fredkin gate 同様、単独で全ての論理を構成できる可逆 universal logic になります。I/O 関係は、図 3 のようになります。不可逆論理は、flip に erasure を加えることにより構成できます。erasure の機能の On, Off をコントロールできるゲートを考えると、図. 9 のようになります。その I/O 関係は、図 4 のようです。control された erasure は、control と、I をその2入力と見なすと、非可逆論理 OR の動作をすることがわかります。flip (=inverter) と組みあわせれば、やはり、universal となります。非可逆の本質である erasure は、それだけみると必要悪です。しかし、計算機に関するその他の基本的なコストを考えれば、必ずしも無損失が望ましいとはいえません。erasure を含まずに構成した可逆論理は、計算過程の全てを保存するため、メモリの再使

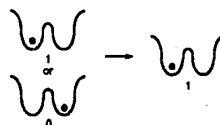


図 7: Restore-to-1 action: the system is switched into “1” regardless of the previous state

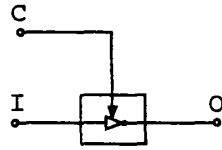


図 8: Controlled-NOT

<i>Control</i>	<i>I</i>	<i>O</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

表 3: I/O relationships of Controlled-Erasure

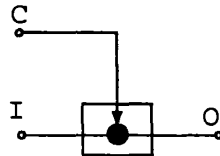


図 9: Controlled-Erasure

<i>Control</i>	<i>I</i>	<i>O</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表 4: I/O relationships of Controlled-Erasure

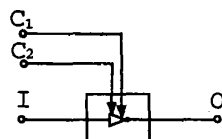


図 10: Controlled-Controlled-NOT

$C_1$	$C_2$	I	O
1	1	1	0
1	1	0	1
1/0	0	1	1
1/0	0	0	0
0	1/0	1	1
0	1/0	0	0

表 5: I/O relationships of Controlled-Controlled-NOT.



図 11: Dissipative switching for erasure

用を行なうことができず、多くの情報空間を必要としてしまいます。計算のコストにおいて、メモリ消費は、計算時間と同様に重要な要素であり、一般に、エネルギー消費を少なくするための犠牲にできるものではありません。[5] また、現在、電子回路中に実現されているスイッチングの多くは、ダンピングを利用して遷移させるものであり、物理的には *erasure* によって実現されています。情報の消去を伴わない *flip* を物理的に実現したものは、ほとんどないようです。（後に示すように可逆な *flip* は、安定性において劣るためでしょう。）

無損失計算において本質である情報の消去を伴わないスイッチング *flip* と、一般に使われているスイッチングの原理であり、実は、情報の消去として重要である *erasure* という、2つの重要な基本機能について、各々の物理的限界を考えましょう。方法論としては、従来の熱力学的限界の議論 [7, 10, 11] を越えて、熱浴による揺動を考慮し、統計力学的に取り扱うことにします。これに伴い、定量的な議論のためには、スイッチング動作の達成精度、もしくは、誤り率を物理パラメータとしてとり入れることが必要になってきます。[6]

## 5 *erasure* の限界

### 5.1 未解決の問題

これまで、散逸のあるスイッチ、*erasure* の限界については、熱力学的な範囲で論じられてきました。準静的な力学の類推から、十分速度が遅くなれば散逸は小さくなるという傾向は、容易にわかります。しかし、散逸が 0 の極限というミクロな領域まで、熱力学が適用できるという保証はありません。また、散逸が 0 であったとしても、速度が 0 では実行されたことにはなりません。我々が知りたいのは、任意の有限の速度で必要な最低エネルギーです。このような、定量的な議論は今だにされていませんでした。

### 5.2 定量的アプローチ: 精度の導入

議論を定量的にするために必要なことは、具体的なモデルを考え、熱浴の影響を考慮した上での物理的限界を、基本的なパラメータ間の関係として導出することです。

有限温度の外界に接している系の状態は、完全な安定状態にないため、精度/誤り率を、速度、エネルギー損失に加えて考慮します。

### 5.3 モデル

スイッチング動作（図 11 中の系の運動は、減衰調和振動子的であるとします。[Fig. 12] 熱浴下の調和振動子の運動は、以下のように表現できます。

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t) \quad (3)$$

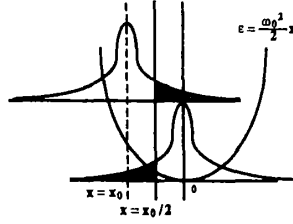


図 12: Switching by using Harmonic Damping

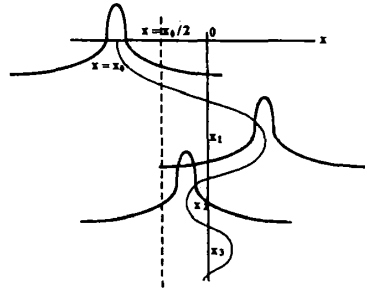


図 13: Discrimination of damped osciltion

$x$  は、振動子の位置、 $\gamma$  は速度に比例した摩擦、 $f(t)$  は、熱浴による揺動、 $\omega_0$  は固有振動数を表します。振動子の熱平衡時のエネルギーを考えれば、熱揺動  $f(t)$  と温度  $T$  は、以下のように結び付きます

$$\langle f(t)f(t') \rangle \sim \gamma k_B T / m. \quad (4)$$

熱揺動を、random random 過程とみなせば熱平衡時の  $x$  の分散は、

$$\sigma^2 = \frac{2\langle f(t)f(t') \rangle}{\omega_0^2 \gamma} \quad (5)$$

さらに、(4) 式を用いて、分散は、

$$\sigma^2 = \frac{\gamma k_B T}{\omega_0^2 m} \quad (6)$$

となります。[9]

#### 5.4 情報の消去の定義

情報状態は、振動子の位置を、粗視化することによって与えられます。散逸のあるスイッチング (情報の消去) は、熱平衡分布で平均値  $\langle x \rangle = -x_0$  にあった状態 (0 状態) が、減衰振動していき、平均値  $x = 0$  (1 状態) の状態と見なされるようになることと定義しましょう。[Fig. 13] 状態の弁別は、スイッチング終了時に、 $x = -x_0/2$  のどちら側にあるかということのみで決まります。従って、ある時刻  $\tau$  において、スイッチングを終了し状態を弁別した場合に、正しい結果が得られるのは、 $x(\tau) > -x_0/2$  となる場合です。ここでは、実際にスイッチングがなされ状態が変わる場合 ( $0, 1 \rightarrow 1$  のうち、 $0 \rightarrow 1$  のみ) についてのみ考えています。状態が変わらない場合に ( $1 \rightarrow 1$ ) については、エネルギー散逸がないことは、自明であり、erasure, garbage clear のエネルギー散逸を考える時には、その分を差し引いて考える必要があります。

#### 5.5 速度、エネルギー相反関係の導出

減衰振動の途中では、振動子の位置の分散は、一般に、初期状態と異なりますが、減衰振動の腹 (頂点) の部分という特別な場合には、初期の分布を保存することが、Uhlenbeck, Ornstein の理論により示されます。十分な精度が得られる時刻を考えるためには、この部分だけを考えれば十分である。初期において熱平衡状態にあると仮定す



ると、分布は、(6) 式の分散をもつガウス分布となります。さらに、時刻  $t = n\pi/\omega$  での分布の中心座標は、

$$|x_n| = |x_0|e^{-\frac{\gamma}{2}n\pi}. (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (7)$$

です。スイッチング終了時の誤り率は、振動子の位置が  $x > -x_0/2$  を満たしている確率ですので、 $n$  周期後の誤り率を  $Er^{(n)}$  で表すと、

$$\begin{aligned} Er^{(n)} &= \int_{-\infty}^{x_n - x_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &\equiv \text{erf}\left(\frac{x_n - x_0}{\sigma}\right) \\ &= \text{erf}\left(\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}}(e^{-\frac{\gamma}{2}n\pi} - 1)\right). \end{aligned}$$

となります。もし、温度が、十分低くて、

$$\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}} \gg 1 \quad (8)$$

が満たされるとすると、正確なスイッチングが行なわれるための条件は、

$$e^{-\frac{\gamma}{2}n\pi} < 1/2 \quad (9)$$

とります。さらに減衰振動の条件、

$$\gamma^2 - \omega_0^2 < 0 \quad (10)$$

を考慮し、時間  $\tau = n\pi/\omega$ 、消費エネルギー  $\epsilon = \omega_0^2/2$  を用いて書き換えると、

$$\epsilon \geq (\log 2/\tau)^2/2 \quad (11)$$

となります。quasistatic な運動のアナロジーによる、エネルギー相反の conjecture が [10, 11] 消費エネルギーが速度の 2 乗に比例して増大するという定量的な結果が誤り率を考慮した考察によって、得ることができました。有限温度の効果が無視できない場合においても、Eq. 11 は、必要条件ではあるが、十分でなく、一般的な条件は、

$$\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}}(e^{-\frac{\gamma}{2}n\pi} - 1) \ll 0 \quad (12)$$

となります。計算機において、一般的に要求される誤り率  $10^{-10}$  [12] を満たすためには、

$$\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}}(e^{-\frac{\gamma}{2}n\pi} - 1) < -9 \quad (13)$$

が要請されます。[Fig. 14]

## 6 flip: 情報消去の伴わないスイッチング

### 6.1 古典的モデル: $T=0$ の極限

次に、物理的にエネルギー散逸を必要としない flip を考えてみましょう。[Fig. 6] 中心座標  $x = 0$ 、振幅  $x_0$  の古典的な調和振動子を考えます。 $x = -x_0$  の状態から、 $x = x_0$  にスイッチすることは、ちょうど、振動周期の半分のときに運動を止めればよいわけです。そのとき、系の運動量は 0 であるので、十分上手に工夫すれば、系のエネルギーを損失せずに実行できるはずで、このスイッチングは、初期状態に依存した結果しかもたらさない flip 動作を直接物理的に実現しており、理想的には、エネルギー損失なしで実現されます。しかし、正しい結果を与えための操作は critical となることも明らかでしょう。

### 6.2 有限温度での設定

熱揺動下では、スイッチングの運動は、(3) 式に従います。スイッチングは、 $x = -x_0$  で始まり、 $x = x_0$  で、運動を停止させることにより終了します。運動の停止は、 $\tau_d = \pi/\omega$  で、適当な  $x = x_d$  に十分高い障壁ポテンシャルを生じさせることによって、表現できます。このポテンシャルの変化は、振動子の不在な箇所でのみ必要であることに注意すれば、エネルギーの散逸に関係しないことは明らかです。

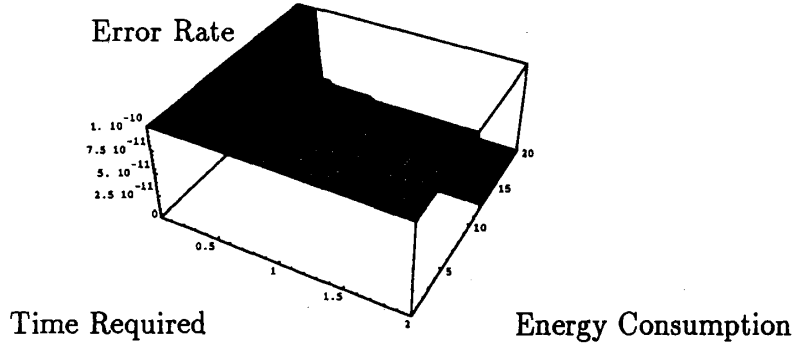


図 14: Accomplished accuracy versus time and energy resources

### 6.3 定量的関係の導出

$x_d$  の位置から、系が失うエネルギー  $\epsilon$  は、

$$\epsilon = \epsilon_0 - \epsilon_d = m^2 \omega_0^2 (x_0^2 - x_d^2) / 2 \quad (14)$$

とあらわせます。ここで、 $\epsilon_0$  は、系の全エネルギーです。誤り率  $Er$  は、 $\tau_d = \pi/\omega$  での位置の分布のうち、 $x < x_d$  の占める大きさです。14式を考慮して、

$$\begin{aligned} Er &= \int_{-\infty}^{x_d - x_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &\equiv \text{erf}\left(\frac{x_d - x_1}{\sigma}\right) \\ &= \text{erf}\left(\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}} (\sqrt{1 - \epsilon/\epsilon_0} - e^{-\frac{\gamma}{2}\tau})\right). \end{aligned}$$

となります。ここで、 $x_1$  は、 $\tau_d$  での分布の中心座標です。

### 6.4 原理的境界の不在

スイッチングに要する時間  $\tau_d$  は、振動周期の半分  $\pi/\omega$  であるので、上式の引数は、

$$\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}} (\sqrt{1 - \epsilon/\epsilon_0} - e^{-\gamma\tau}) \quad (15)$$

となり、消費エネルギーと、速度の合いだに相反関係は現れないことがわかります。 $\gamma \rightarrow 0, \epsilon \rightarrow 0$  の極限では、引数は、

$$\sqrt{\frac{2\epsilon}{mk_B T}} \left(\frac{1}{2}\epsilon/\epsilon_0 - \gamma\tau\right) \quad (16)$$

温度が十分低いとき、誤り率を0にするための条件は、 $\epsilon/\epsilon_0 > \gamma\tau$  となり、速度と、エネルギーは相反しません。 $\frac{1}{2}\epsilon/\epsilon_0 - \gamma\tau$  に下限がないため、情報消去のあるスイッチの場合とことなり、温度によらず、誤り率を0とすることが可能となるのです。

### 6.5 操作論的な限界

このように、情報消去を伴わないスイッチングにおいては、原理的な限界がないことが示されました。しかし、現実には、なんらかの限界が存在しているはずで、それは、系を操作する方法の限界からもたらされると考えてみましょう。上記の例の場合、無限障壁がある時刻に、正確におけることを仮定していますが、現実には、常に technical error に起因する、有限の jitter が伴っているはずで、スイッチング速度に限界がないとすれば、jitter が系の限界を与えるでしょう。jitter の分布を、分散  $\sigma_j$  をもつガウス分布とすれば、[Fig. 15] 誤り率は、

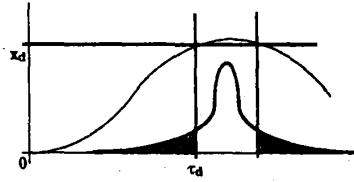


図 15: Operational limit

$$Er = 2 \int_{-\infty}^{\tau_d - \tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_t^2}} dx \quad (17)$$

$$\equiv \text{erf}\left(\frac{\tau_d - \tau}{\sigma_t}\right) \quad (18)$$

$$(19)$$

となります。

$$\frac{\tau_d - \tau}{\sigma_t} = -\frac{\arccos(x_d/x_0)}{\omega\sigma_t} \quad (20)$$

$$= -\frac{\arccos(\sqrt{1 - \epsilon/\epsilon_0})}{\omega\sigma_t} \quad (21)$$

$$\rightarrow -\frac{\sqrt{2}\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}}{\omega\sigma_t} (\epsilon \rightarrow 0) \quad (22)$$

ですから、誤り率を 0 にするための条件は、

$$\tilde{\epsilon} \gg \tilde{\omega}^2/2 \quad (23)$$

です。ここで、 $\tilde{\epsilon} \equiv \epsilon/\epsilon_0$ ,  $\tilde{\omega} \equiv \omega\sigma_t$ 。これは、操作系のスケールで再規格化したかたちの、時間、エネルギー相反関係が再び見い出されたことを意味します。

## 参考文献

- [1] "Algorithms for Quantum Computing: Discrete Log and Factoring" Peter Shor, manuscript, [netlib.att.com/netlib/att/math/shor/quantum.algorithms.ps](http://netlib.att.com/netlib/att/math/shor/quantum.algorithms.ps)
- [2] Kolmogorov, A.N., "Three Approaches to the quantitative Definition of Information", *Information Transmission* vol. 1 pp. 1-7, 1965.; Solomonoff, R.J., "A preliminary report on a general theory of inductive inference", *Tech. Report ZTB-138, Zator Company*, Cambridge, MA, 1960.; Chaitin, J.G., "On the length of programs for computing finite binary sequences", *J. Assoc. Comput. Mach.*, Vol. 13, pp. 547-569, 1966.
- [3] To survey the present progress in complexity theory, see, Li, M. and Vitányi, P., "An Introduction to Kolmogorov Complexity and its Applications", Springer-Verlag New York, 1993.
- [4] 量子力学の数学的基礎 最終節, 井上健等訳、みすず書房（絶版？）
- [5] Igeta, K., "Physical Meaning of Computation", in *Physcomp'92 Physics and Computation*, pp. 184-191, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos 1992.
- [6] Igeta, K. and Ogawa, T. "Information Dissipation in Quantum-chaotic Systems: Computational View and Measurement Induction", To be published in *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 5, July issue, 1995.
- [7] Landauer, R., "Irreversibility and Heat Generation in the computing Process", *IBM J. Res. Develop.*, vol. 5 pp. 183-191, 1961.
- [8] Fredkin, E., Toffoli, T., "Conservative Logic", *Int. J. Theor. Phys.*, vol. 21, pp. 219-253, 1982.

- [9] G. E. Uhlenbeck, and L. S. Ornstein, On the Theory of the Brownian Motion II, *Rev. Modern Physics*, 17, 323-342, (1945).
- [10] Keyes, R.W., Landauer, R., "Minimal Energy Dissipation in Logic", *J. IBM Res. Develop.*, vol. 14 pp. 152-157, 1970.
- [11] Bennet, C.H., "Logical Reversibility of Computation," *J. IBM Res. Develop.*, vol. 17, pp. 525-532, 1973.
- [12] Keyes, R.W., "Fundamental Limit in Digital Information Processing", *Proc. IEEE*, vol. 69 pp. 267-278, 1981.
- [13] Feynman, R.P., "Quantum Mechanical Computers", *Opt. News*, Feb., pp. 11-20, 1985.
- [14] Brillouin, L., *Science and Information Theory*, Academic Press, 1956, Second edition 1962.